

# MATHEMATIK

## 1) Grundlagen des Unterrichtsfachs

Mit dem Unterricht des Faches Mathematik am Studienkolleg Frankfurt versuchen die Lehrkräfte den Studierenden einen Überblick über mathematische Grundlagen und Methoden zu geben. Insbesondere sollen die Studierenden:

- Mathematik als Werkzeug kennenlernen um Erscheinungen aus der uns umgebenden Welt wahrzunehmen, beschreiben und beurteilen zu können
- Mathematik als eine grundlegende Wissenschaft mit eigener Sprache und Symbolik kennenlernen
- in der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragestellungen Problemlösefähigkeiten erwerben, die über die Mathematik hinausgehen

## 2) Kompetenzen

Im Unterricht versuchen die Lehrkräfte anhand von mathematischen Inhalten verschiedene fachliche Kompetenzen der Studierenden zu fördern. Das Kompetenzmodell für das Unterrichtsfach Mathematik beschreibt fachspezifische Fähigkeiten und Fertigkeiten, die aber nicht an spezielle mathematische Inhalte gebunden sind. Es wird in sechs verschiedene Kompetenzbereiche<sup>1</sup> unterschieden:

- Argumentieren (K1)
- Problemlösen (K2)
- Modellieren (K3)
- Darstellen (K4)
- Werkzeuge nutzen (K5)
- Kommunizieren (K6)

## 3) Kurstypen

Mathematik wird am Studienkolleg Frankfurt in den verschiedenen Kurstypen wie folgt angeboten:

Kurstyp	Wochenstunden	Inhalte
M	5	Analysis und Stochastik zu je ca. 50% der gesamten Unterrichtszeit
T	8	Analysis und Analytische Geometrie zu je ca. 50% der gesamten Unterrichtszeit
W	6	Analysis und Stochastik zu je ca. 50% der gesamten Unterrichtszeit

## 4) Unterrichtsinhalte

### Analysis:

Nr.	Kapitel	Themen
1	Geraden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Geradengleichung aus 2 Punkten und Graph skizzieren</li> <li>• Geradengleichung aus Steigung &amp; Punkt</li> <li>• Fehlende Koordinaten eines Punktes berechnen</li> <li>• Nullstelle und y-Achsenabschnitt</li> </ul>

<sup>1</sup> Detaillierte Informationen zum Kompetenzprofil des Faches Mathematik an Studienkollegs finden Sie unter:  
<https://studienkollegs.de/Profil.html>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Steigungswinkel</li> <li>• Gegenseitige Lage zweier Geraden: Schnittpunkt und Schnittwinkel</li> <li>• Orthogonale Geraden</li> <li>• Abstände und Mittelpunkte</li> <li>• Regressionsgerade</li> </ul>
2	Parabeln	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Allgemeine Form, faktorisierte Form und Scheitelpunktform</li> <li>• Verschiedene Parameter der Formen untersuchen</li> <li>• Umwandlung der Formen ineinander (quadratische Ergänzung)</li> <li>• Nullstellen und y-Achsenabschnitt</li> <li>• Schnittpunkte von Gerade/Parabel sowie Parabel/Parabel</li> </ul>
3	Polynomfunktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Potenzfunktionen und Polynomfunktionen</li> <li>• Symmetrie</li> <li>• Grenzwertverhalten; Verhalten im Unendlichen</li> <li>• Nullstellen</li> </ul>
4	Differentialrechnung1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Durchschnittliche Steigung und momentane Steigung</li> <li>• Tangenten zeichnen; graphische Ableitung</li> <li>• Momentane Steigung: h-Methode und/oder <math>x_0</math>-Methode (Differentialquotient)</li> <li>• Tangenten &amp; Normalen</li> <li>• Ableitungsregeln</li> <li>• Berührungspunkte</li> <li>• Differentialrechnung im Sachzusammenhang/Kontext</li> </ul>
5	$f, f' & f''$	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>f &amp; f'</math>: Monotonie, Hoch-, Tief- und Sattelpunkt, notwendige &amp; hinreichende Bedingung</li> <li>• Vorzeichenwechsel-Kriterium und andere Kriterien</li> <li>• <math>f &amp; f''</math>: Krümmung, Wendepunkt, notwendige &amp; hinreichende Bedingung</li> <li>• <math>f' &amp; f''</math>: Extrempunkt der Ableitungsfunktion, größte/kleinste Steigung</li> </ul>
6	Differentialrechnung2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Kurvendiskussion</li> <li>• Steckbriefaufgaben / Rekonstruktion von Funktionstermen</li> <li>• Optimierung / Extremwertprobleme</li> </ul>
7	Exponential- und Logarithmusfunktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einstieg, Definition, Umformungen, Rechenregeln, Wachstum &amp; Zerfall</li> <li>• Ableitungsregeln</li> <li>• Methode halblogarithmische Darstellung und Regressionsgerade</li> <li>• Begrenzter Zerfall und begrenztes Wachstum</li> <li>• Logistisches Wachstum</li> <li>• Logarithmische Funktionen</li> </ul>
8	Gebrochen rationale Funktionen	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einstieg, Definition, Besonderheiten, Definitionsbereich</li> <li>• Definitionslücke, Polstelle, senkrechte Asymptote (Polgerade), stetig hebbare Lücke</li> <li>• Waagerechte und schiefe Asymptote, Näherungskurve</li> <li>• Regel von l'Hospital</li> <li>• Kurvendiskussion</li> </ul>
9	<i>Trigonometrische Funktionen</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Einstieg, Wiederholung Geometrie, Rechenregeln</i></li> <li>• <i>Einheitskreis → Funktion</i></li> <li>• <i>Periodizität</i></li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• <i>Differentialrechnung</i></li> <li>• <math>f(x) = a \cdot \sin(b[x - c]) + d</math>: <i>Untersuchung der einzelnen Parameter und Modellierung von period. Prozessen</i></li> </ul> <p><i>*Verabredung mit Physik-Lehrkräften, dass diese im M-Kurs die trig. Fkt. als Vorbereitung auf die Themen Schwingungen &amp; Wellen behandeln.</i></p> <p><i>** kein Schwerpunkt im W- und T-Kurs</i></p>
10	Integralrechnung <b>(verbindlich</b> für T-Kurs, <b>fakultativ</b> für M- & W-Kurs)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einstieg Flächenberechnung näherungsweise</li> <li>• Flächeninhaltsfunktion bei lin. Funktion</li> <li>• Flächeninhaltsfunktion bei quadratischen Funktion → Ober-/Untersumme</li> <li>• Hauptsatz der Diff- und Int.-Rechnung &amp; Integrationsregeln</li> <li>• Flächenbilanz, neg. Fläche und Fläche zwischen Funktion/Achse</li> <li>• Flächeninhalte zwischen zwei Funktionen</li> <li>• Uneigentliche Integrale</li> <li>• Rotationskörper</li> <li>• Partielle Integration und Substitution</li> <li>• Bogenlänge einer Kurve</li> </ul>

**Analytische Geometrie:**

Nr.	Kapitel	Themen
1	Lineare Gleichungssysteme	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Einstieg: 2 Gleichungen, 2 Unbekannte</li> <li>• Gauß Algorithmus bei 3 Gl. &amp; 3 Unbekannte und nicht-quadratischen Gleichungssystemen</li> <li>• Lösungsvielfalten</li> <li>• Matrizen</li> </ul>
2	Koordinatensysteme (KOS) und Punkte	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Punkte in der Ebene</li> <li>• Punkte im Raum</li> <li>• Kartesisches KOS und andere</li> <li>• Mittelpunkte und Abstände</li> </ul>
3	Vektoren	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Orts- und Verschiebungsvektor</li> <li>• 2D- und 3D-KOS</li> <li>• Rechengesetze: Addition, Subtraktion, Skalar-Multiplikation, Linearkombination</li> <li>• Betrag/Länge</li> <li>• Mittelpunkte und Abstände</li> </ul>
4	Geraden	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Wiederholung: Gerade in Analysis im 2D-KOS</li> <li>• Übertragung der Gerade als vektorielle, Parameterdarstellung in der zweidimensionalen Ebene</li> <li>• Geraden im dreidimensionalen Raum</li> <li>• Spurpunkte</li> <li>• Lagebeziehung von Geraden</li> <li>• Anwendung: Geraden in der Physik (Strahlenmodell, Schatten, Reflexion)</li> </ul>
5	Ebenen (1)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parametergleichung von Ebenen</li> <li>• Lagebeziehung von E und g</li> <li>• Parameterform <math>\leftrightarrow</math> Koordinatenform</li> <li>• Achsenabschnittsform</li> </ul>

6	Skalar- und Vektorprodukt	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Herleitung Skalarprodukt</li> <li>• Bedeutung und Orthogonalität</li> <li>• Doppelte Orthogonalität → Vektorprodukt Herleitung</li> </ul>
7	Ebenen (2)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Anwendung Vektorprodukt: Parameterform → Normalform</li> <li>• Normalenvektor</li> <li>• Umwandlung der verschiedenen Darstellungsformen</li> <li>• Lagebeziehung von zwei Ebenen (auch von drei Ebenen)</li> <li>• Ebenenscharen</li> </ul>
8	Schnittwinkel	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Gerade-Gerade</li> <li>• Ebene-Ebene</li> <li>• Ebene-Gerade</li> </ul>
9	Abstände	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ebene-Punkt: Abstand händisch berechnen (Lotfußpunktverfahren) und Hessesche Normalenform (HNF) herleiten</li> <li>• Gerade-Punkt</li> <li>• Gerade-Gerade (parallel und windschief)</li> <li>• Spiegelungen</li> </ul>
10	Beweise	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Parallelität</li> <li>• Orthogonalität</li> <li>• Teilverhältnisse</li> </ul>

**Stochastik:**

Nr.	Kapitel	Themen
1	Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Begriffe &amp; Definition: Ergebnis und Ereignis, relative und absolute Häufigkeit, Wahrscheinlichkeiten</li> <li>• Baumdiagramm, Pfadregel und Summenregel</li> <li>• Notation und Symbolik</li> </ul>
2	Kombinatorik	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Produktregel</li> <li>• Permutation, Variation und Kombination</li> </ul>
3	Bedingte Wahrscheinlichkeit	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mengenlehre (Venn-Diagramm) &amp; Ereignisse</li> <li>• Additionssatz</li> <li>• Bedingte Wahrscheinlichkeit</li> <li>• Abhängige &amp; Unabhängige Ereignisse</li> <li>• Mehrfeldertafel, Satz von Bayes</li> </ul>
4	Beschreibende Statistik	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Experiment / Umfrage: Mittelwert und empirische Standardabweichung mit Häufigkeiten</li> <li>• Zufallsvariable / Theorie: Erwartungswert und Standardabweichung mit Wahrscheinlichkeiten</li> </ul>
5	Binomialverteilung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bernoulli-Kette und Binomialkoeffizient</li> <li>• Experimente und Statistik</li> <li>• Binomialverteilung und Graphische Untersuchung der Parameter: n und p</li> <li>• Kumulierte Binomialverteilung. Handhabung von Taschenrechner (Tabelleneinträge und Summenfunktion)</li> <li>• Sigma-Regeln (Konfidenzintervalle)</li> </ul>

6	Beurteilende Statistik	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Zweiseitiger Signifikanztest</li> <li>• Einseitige Signifikanztests</li> <li>• Fehler beim Testen von Hypothesen</li> </ul>
7	Normalverteilung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformation Binomialverteilung → Normalverteilung</li> <li>• Anwendung der Normalverteilung</li> <li>• Handhabung von Taschenrechner und Tabellen</li> </ul>

## 5) Prüfungen

Am Studienkolleg Frankfurt wird nach etwa der Hälfte der Zeit des ersten Semesters eine unbewertete Probeklausur angeboten. Zum Ende des ersten Semesters gibt es eine erste bewertete Klausur (A-Klausur). In der Mitte des zweiten Semesters folgt eine zweite bewertete Klausur (F-Klausur). Etwa vier Wochen später wird das F-Semester mit der schriftlichen Feststellungsprüfung abgeschlossen. Diese ist in Mathematik in den Kurstypen T und W verbindlich, im M-Kurs kann zwischen Physik und Mathematik gewählt werden. Nochmals vier Wochen später gibt es eine optionale mündliche Prüfung.

Die einzelnen Prüfungen in der Übersicht:

Prüfung	Zeitpunkt	Zeitdauer der Prüfung
Probeklausur (unbewertet)	Mitte des A-Semesters	90-120 Minuten
A-Klausur	Ende des A-Semesters	90-120 Minuten
F-Klausur	Mitte des F-Semesters	90-120 Minuten
Schriftliche Feststellungsprüfung	Ca. 6 Wochen vor Ende des F-Semesters	180 Minuten
Mündliche Feststellungsprüfung	Ende des F-Semesters	30 Minuten Vorbereitungszeit, 10-20 Minuten Prüfungszeit

## 6) Literatur

- (1) Lambacher Schweizer, Mathematik Oberstufe mit CAS-Einsatz, ISBN: 978-3-12-735611-3, Ernst Klett Verlag, 2016
- (2) Mathematik 13.1, Leistungskurs Hessen, ISBN: 978-3-464-57329-7, Cornelsen Verlag, 2002